| | | |
|---|---|---|
| ETABLISSEMENT : | TYPE D'EVALUATION : | NIVEAU & SECTION |
| LYCEE 9 avril 1938 Boumhel | DEVOIR DE CONTROLE N° 1 | 4ème Sciences Expérimentales |
| ANNEE SCOLAIRE : 2019-2020 | COMPOSITION DE : MATHEMATIQUES | DATE : 4 Novembre 2019 |
| | DUREE DE L'EPREUVE : | ENSEIGNANT : |
| | 2h — COEF : 3 | HOUSSEM EDDINE FITATI |

**AUTORISATIONS :**

Calculatrice scientifique : Oui ~~Non~~

**SUJET :**

**Exercice n°1 : (6 points)**

Le plan est rapporté au repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

On considère les points :$A$ et $B$ d'affixes : $a=\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ et $b=\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}$

1. a) Ecrire $a$ et $b$ sous forme exponentielle.
   b) Placer les points $A$ et $B$.
2. on pose $z= a +b$ et $M$ le point d'affixe $z$.
   a) Montrer que $z=(1+i)b$ . En déduire le module et l'argument de $z$.
   b) Montrer que $OBMA$ est un carré.
   c) Retrouver $|z|$ et $Arg(z)$ .
3. Déterminer alors $\cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$.

**Exercice n°2 : (6 points)**

Soit $\theta\in\left]-\pi,\pi\right[$ .On pose $U=3\cos(\theta)-5i\sin(\theta)$ et $V=5\cos(\theta)-3i\sin(\theta)$

1. Montrer que : $U^2-V^2$ est une constante que l'on précisera.
2. Soit $(E)$ l'équation : $2z^2+\left(3\cos(\theta)-5i\sin(\theta)\right)z-2=0$ .On note $z'$ et $z''$ les solutions de $(E)$.
   a) Sans calculer $z'$ ni $z''$, montrer que : $\arg(z')+\arg(z'')\equiv\pi\left[2\pi\right]$.
   b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E)$ et donner les solutions sous forme exponentielle.
3. Dans le plan est rapporté au repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les points $M'$ et $M''$ d'affixes respectifs $z'$ et $z''$.
   Trouver les valeurs de $\theta$ pour lesquels $OM'M''$ est un triangle rectangle en $O$

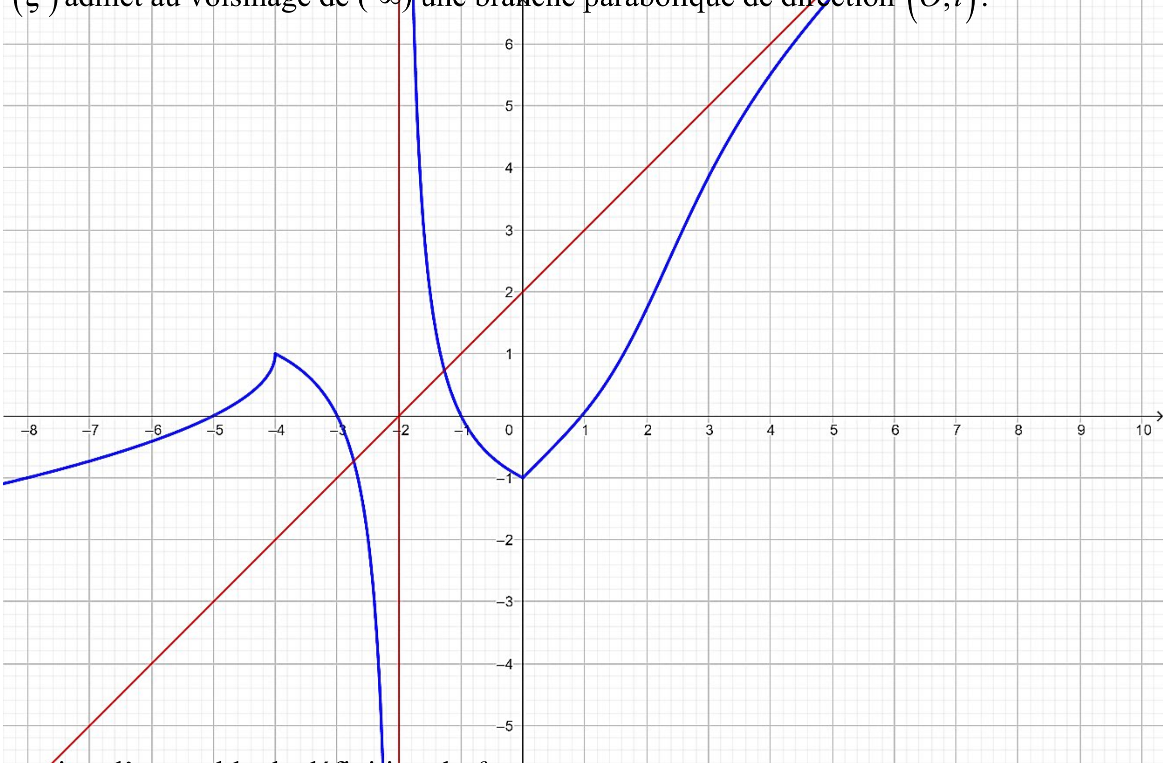
**Exercice 3 : (8 points)**

I. Le plan est rapporté au repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

Dans le graphique si dessous la courbe représentative $(\zeta)$ de la fonction $f$.

- La droite d'équation : $y=x+2$ est une asymptote à $(\zeta)$ au voisinage de $+\infty$.
- La droite d'équation : $x=-2$ est une asymptote verticale à $(\zeta)$.

- $(\zeta)$ admet au voisinage de (-∞) une branche parabolique de direction $(O,\vec{i})$.




**1.** a) Déterminer l'ensemble de définition de $f$.

b) Déterminer graphiquement : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)$ .

c) Déterminer graphiquement : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{f(x)}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)-x-2}$ , $\lim\limits_{x\to-4} \dfrac{f(x)}{f(x)-1}$ .

**2.** a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction : $\dfrac{1}{f(x)}$ .

b) $x \mapsto \dfrac{1}{f(x)}$ est-elle prolongeable par continuité en (-2) ?

**3.** Déterminer : $f\left(\left[-5,-\dfrac{5}{2}\right]\right)$ et $f\left(\left]-1,+\infty\right[\right)$ .

II. Soit $g$ la fonction définie par : $\begin{cases} g(x)=\dfrac{2x-\cos(\pi x)}{1-x} & \text{si } x<1 \\ g(x)=\sqrt{x^2+x+7}-x & \text{si } x\geq 1 \end{cases}$

**1.** Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^-} g(x)$ . Interpréter graphiquement les résultats trouvés.

**2.** a) Vérifier que pour tout $x < 1$ on a : $g(x) > -2$.

b) Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to1^-} f\circ g(x)$ , $\lim\limits_{x\to-\infty} f\circ g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-2^-} g\circ f(x)$ .

**3.** a) Montrer que pour tout $x\in[1,2]$ ,on a : $g'(x)>0$

c) En déduire que l'équation : $g(x)=0$ admet une solution unique $\alpha\in\left]1,2\right[$

*Bon travail*